



COLEGIUL  
NAȚIONAL  
„ȘTEFAN CEL MARE”  
SUCEAVA

**CONCURSUL  
CENTRELOR  
DE EXCELENȚĂ  
DIN MOLDOVA  
- 30 mai 2009 -**

**CENTRUL DE EXCELENȚĂ  
PENTRU TINERI CAPABILI  
DE PERFORMANȚĂ  
- FILIALA SUCEAVA -**

Str. V. Alecsandri nr.3, 720001;  
Tel. 0230/551342; 0230/551343;  
e-mail: cn\_stefan@yahoo.com

**CLASA a IX-a**

1. Să se rezolve ecuația:  $2\sqrt{x^2+4} + \sqrt{x+4} = \sqrt{5(x^2+x+8)}$ .

2. Pe mulțimea  $A = \{(a, b, c) \mid a, b, c > 0 \wedge abc = 1\}$  definim funcția  $E: A \rightarrow \mathbb{R}$ ,

$$E(a, b, c) = a^2 + b^2 + c^2 - 2(a + b + c) - \frac{68}{5}.$$

a) Să se arate că există  $(a, b, c) \in A$  pentru care  $E(a, b, c) < 0$ .

b) Să se arate că, pentru acele triplete  $(a, b, c) \in A$  care au în plus proprietatea că produsul a două dintre numerele  $a, b, c$  este mai mic sau egal cu  $\frac{1}{5}$ , este valabilă inegalitatea  $E(a, b, c) \geq 0$ .

3. Se consideră trapezul isoscel  $ABCD$ , cu baza mare  $[AB]$  și fie  $M$  și  $N$  respectiv mijloacele laturilor neoparalele  $[AD]$  și  $[BC]$ . Notăm cu  $O$  intersecția diagonalelor  $[BD]$  și  $[AC]$ , cu  $E$  piciorul perpendicularei din  $C$  pe dreapta  $AB$  și fie  $\{P\} = OM \cap EN$ . Să se arate că, dacă triunghiul  $AOB$  este echilateral și dacă  $m(\angle AMB) = 60^\circ$ , atunci și  $m(\angle MPE) = 60^\circ$ .

4. Se notează cu  $l_n$  și cu  $a_n$  latura, respectiv apotema poligonului regulat cu  $n$  laturi, înscris într-un cerc. Să se demonstreze inegalitatea  $l_n(a_{n+1} + a_{n-1}) < a_{n+1}(l_{n-1} + l_{n+1})$ .

**NOTĂ:** Timpul efectiv de lucru este de trei ore. Pentru fiecare subiect se acordă de la 0 la 7 puncte.